

短時間予測モデルの開発

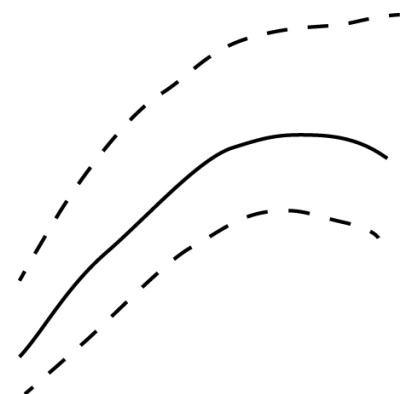
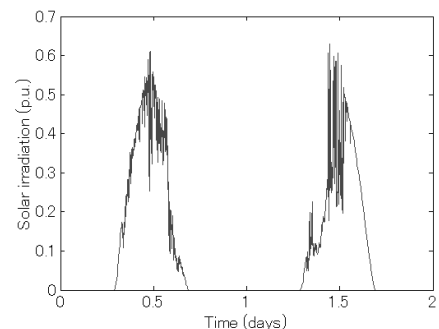
東京大学生産技術研究所

平田祥人

2015年3月27日

動機

- 再生可能エネルギーの出力予測
- その予測の要請
 - 実時間で計算ができること
 - 多ステップ先までの予測をすること
 - 非線形であること
 - 予測の不確実性に関する情報を付与すること
 - 時間とともに順次得られる観測系列が扱えること
- 研究を始めた当初、すべての要請を満たしている手法がなかった。
- そこで、次の手法を発展させて非線形時系列解析に基づく予測手法を開発することにした。
 - Kwasniok and Smith, Phys. Rev. Lett. (2004)



非線形時系列解析

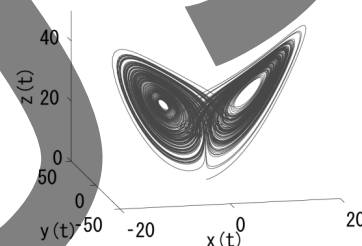
- 力学系の視点に立った時系列解析
 - 力学系: 現在や過去によりその将来が決まる系
 - 時系列: 時間とともに得られる観測の系列
- 時系列から性質を理解してその将来を予測
 - 制御や最適化に結びつき、それによってより望ましい将来が手に入る。

決定論的なシステム(力学系)

• 微分方程式

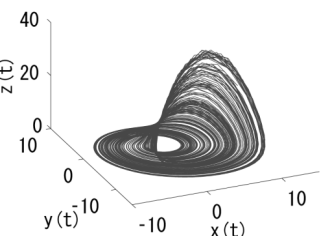
$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma(-x+y) \\ -xz+rx-y \\ xy-bz \end{pmatrix}$$

ローレンツモデル



レスラーモデル

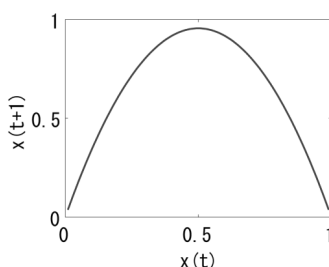
$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -y-z \\ x+ay \\ b+z(x-c) \end{pmatrix}$$



• 写像

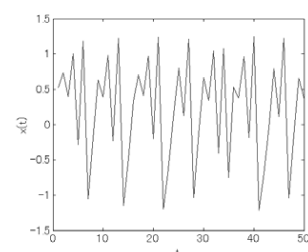
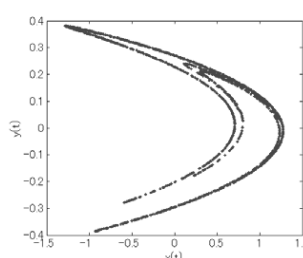
ロジスティック写像

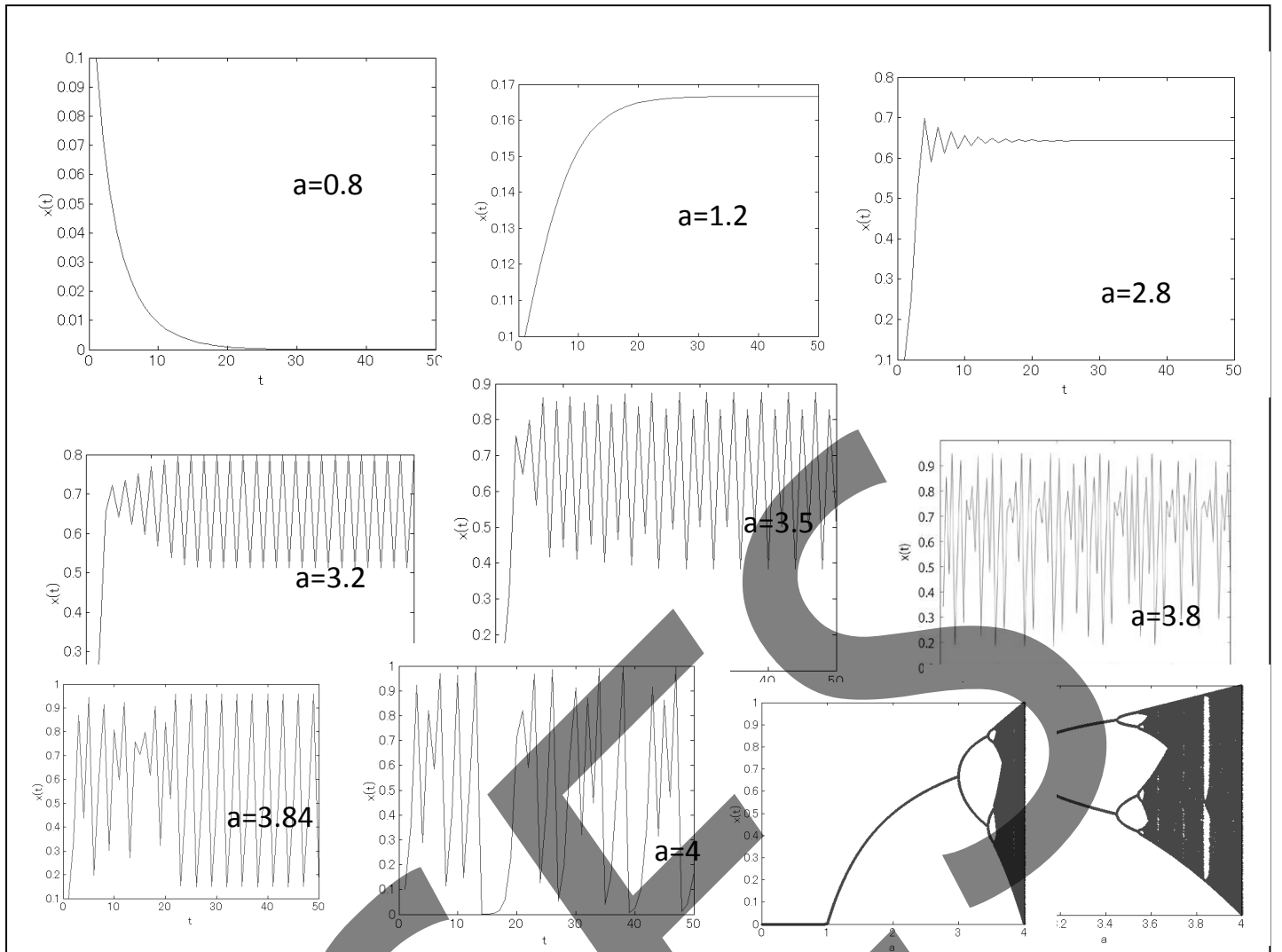
$$x(t+1) = ax(t)(1-x(t))$$



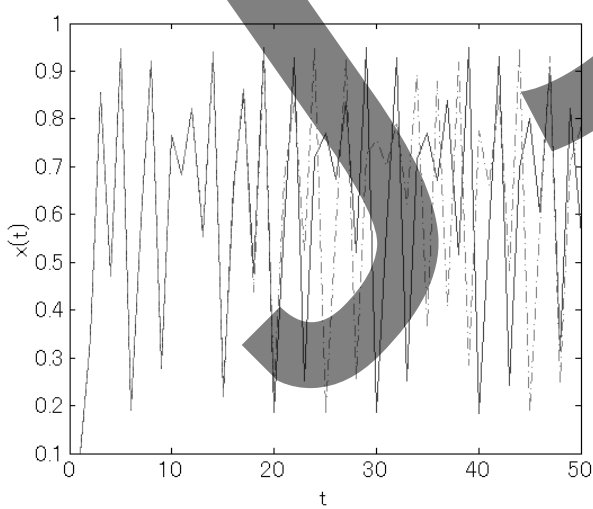
エノン写像

$$\begin{pmatrix} x(t+1) \\ y(t+1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1-ax(t)^2+y(t) \\ bx(t) \end{pmatrix}$$





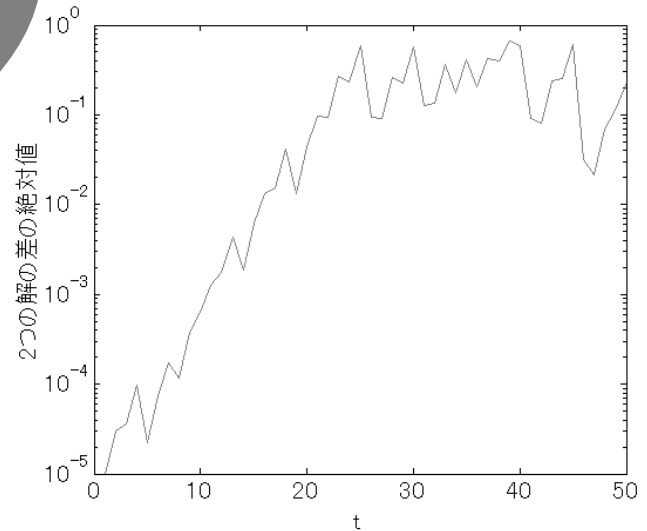
初期値鋭敏性



$x(1) = 0.1$

$x(1) = 0.10001$

の違い。



問題

- 一般に状態は複数の状態変数からなるベクトル。しかし、実際の問題では、すべての状態変数が観測できるとは限らない。
- 一部の状態変数の観測から、観測されていない状態を再構成できるか？



遅れ座標

- Packard et al. (1980); Takens (1981); Sauer et al. (1991)
- N : n 次元の多様体

$$w(t) \in N, f: N \rightarrow N, g: N \rightarrow R$$

$$w(t+1) = f(w(t)), s(t) = g(w(t))$$

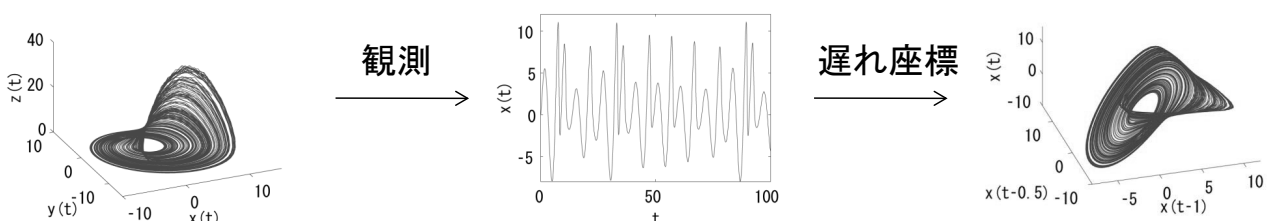
$$G(w(t)) = (s(t), s(t+1), \dots, s(t+(d-1)))$$

- $d \geq 2n+1$ の時,

– $w(t)$ と $G(w(t))$ はアトラクタ上で1対1

– G の微分も1対1

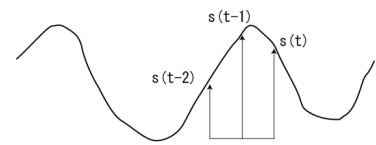
$$\begin{array}{ccc} w(t) & \xrightarrow{f} & w(t+1) \\ \downarrow G & & \downarrow G \\ G(w(t)) & \xrightarrow{\tilde{f}} & G(w(t+1)) \end{array} \quad \begin{array}{l} \tilde{f} = G \circ f \circ G^{-1} \\ f = G^{-1} \circ \tilde{f} \circ G \end{array}$$



非線形予測(局所定数予測)

Kantz and Schreiber (1997)

1. 時系列の遅れ座標を取り、
状態の再構成。



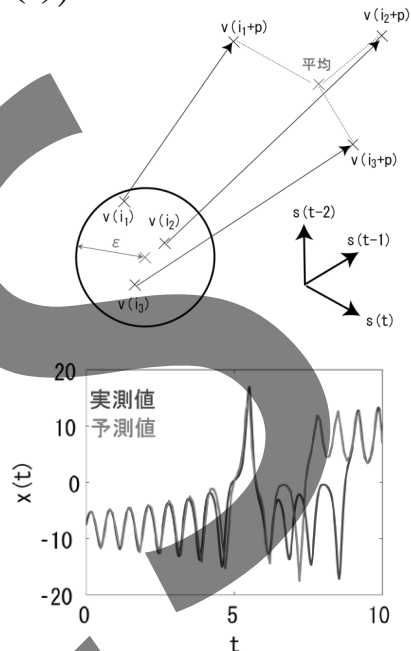
$$v(t) = G(w(t - (d - 1))) = (s(t - (d - 1)), \dots, s(t - 1), s(t))$$

2. 過去の系列から状態の
近い点を見つけてくる。

$$N(t) = \{i = t - 1, t - 2, t - 3, \dots \mid \|v(t) - v(i)\| \leq \varepsilon\}$$

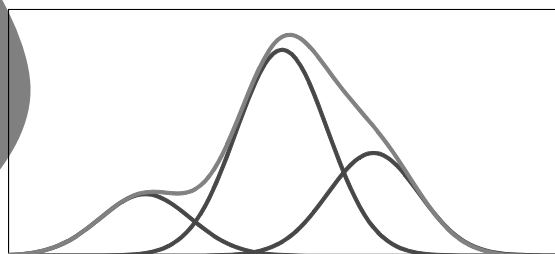
3. 状態の近い点の
次の点の平均を求める

$$\hat{v}(t + p) = \frac{1}{|N(t)|} \sum_{i \in N(t)} v(i + p)$$



動径基底関数モデル (radial basis function model)

- 一般的な非線形モデル



$$\hat{s}(t + p) = f_p(y(t)) = f_p(s(t), s(t - \tau), \dots, s(t - (d - 1)\tau))$$

$$f_p(y(t)) = \sum_i b_{i,p} \exp\left(-\frac{\|y(t) - c_i\|^2}{2\sigma^2}\right) + \sum_j e_{j,p} s(t - \tau(j - 1)) + d$$

実時間でできる時系列予測:

Hirata et al., Renew. Energy (2014);特許5339317 号

高次元データへのさらなる拡張

Hirata, Aihara, and Suzuki,

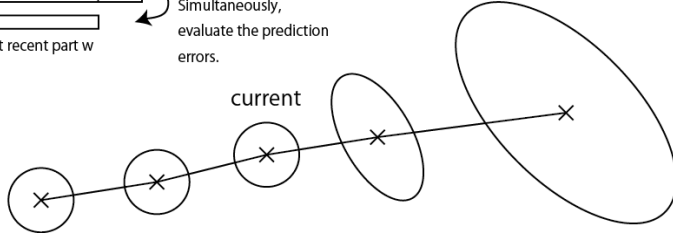
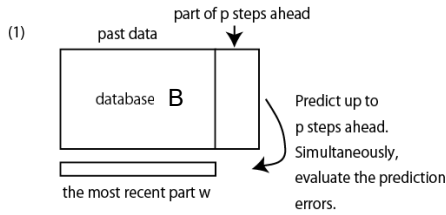
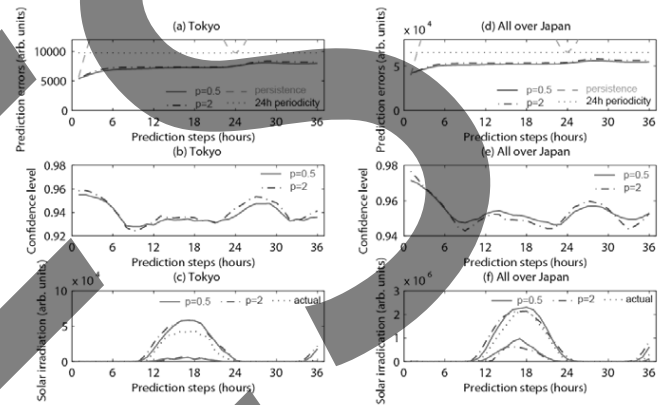
Eur. Phys. J. Spec. Top. (2014)

Lp-ノルムの利用

Francois, High-dimensional Data Analysis (2008)

$$\|x - y\|_p = \left(\sum_{i=1}^I |x_i - y_i|^p \right)^{\frac{1}{p}}$$

日射量の時系列予測

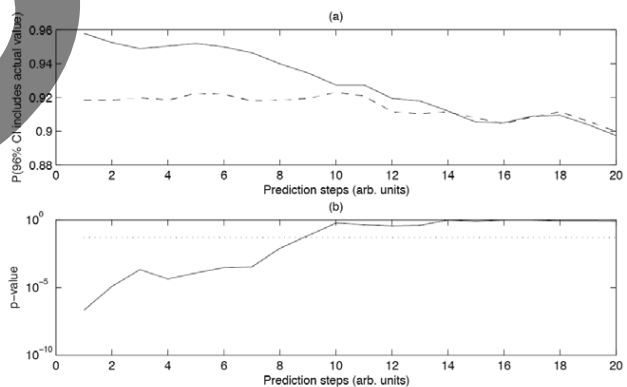
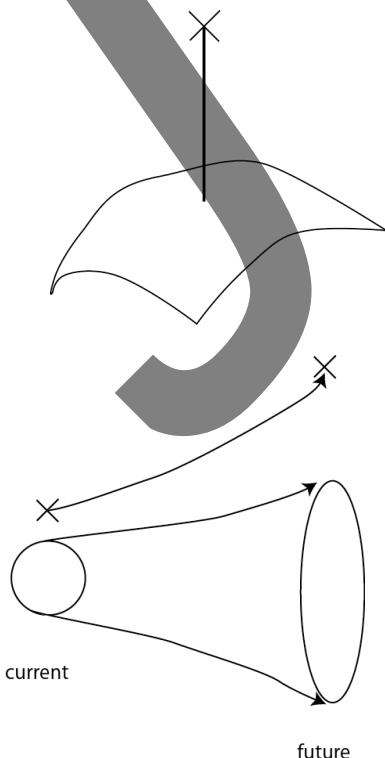


データベースの最も近い方からK行選んできて、それら行のqステップ先の点に対応する列の最大値と最小値を求めることで、 $100(1-1/K)\%$ 信頼区間を構成。

$$\left[\min_{i \in I_t} B_{i,d+q} \quad \max_{i \in I_t} B_{i,d+q} \right]$$

Kwasniok and Smith (2004)と
区分定数予測の拡張

データ多様体との距離



Lorenz'96IIモデルの例

————— 距離が中央値よりも小さい時

- - - - - 距離が中央値よりも大きい時

Hirata, Phys. Rev. E (2014)

重心座標を用いた 高次元時系列データの 数理モデリング

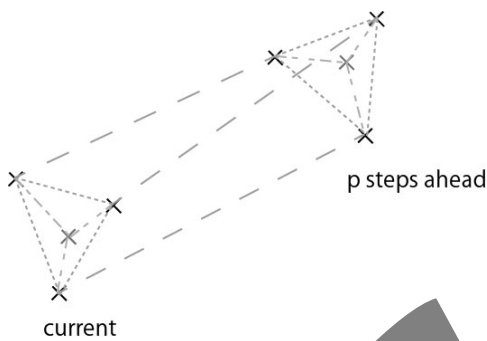
Hirata et al., Chaos (2015)

動機

- 技術の発展に伴って高次元時系列データが簡単に得られるようになってきている。
- しかし、高次元時系列データをモデル化するには、ニューラルネットワークや動径基底関数などの従来の汎用性のある数理モデルを用いると、多くのパラメータを決める必要がある。
- スパースモデリングでは、数理モデリングの精度を犠牲にして、解釈のしやすさを優先している。
- 高次元時系列データを精度良く、かつ、簡易に表現する方法が必要。

重心座標(barycentric coordinates)

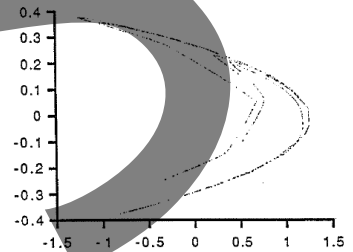
- Mees (1991)で提案された時系列データのモデリング手法。
- 三角分割(tessellation)して状態空間を分割し、凸法の頂点の線形和として状態を表現。
- 高次元の状態空間で用いるのは難しい。



$$\vec{v} = \sum_{i \in I_t} \lambda_i \vec{v}_i$$

$$\sum_{i \in I_t} \lambda_i = 1 \quad 0 \leq \lambda_i \leq 1$$

$$f^p(\vec{v}) \approx \sum_{i \in I_t} \lambda_i \vec{v}_{i+p}$$



提案手法 (submitted)

- Tessellationではなく、線形計画法を用いて、重心座標を求める。

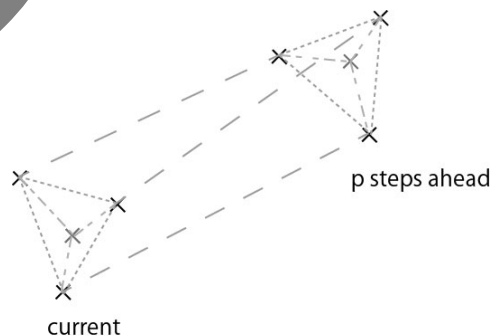
$$\min_{\{\lambda_i\}} \varepsilon$$

$$-\varepsilon \leq v_j - \sum_{i \in I_t} \lambda_i v_{i,j} \leq \varepsilon$$

$$\sum_{i \in I_t} \lambda_i = 1$$

$$0 \leq \lambda_i \leq 1$$

$$\hat{f}^p(\vec{v}) = \sum_{i \in I_t} \lambda_i \vec{v}_{i+p}$$



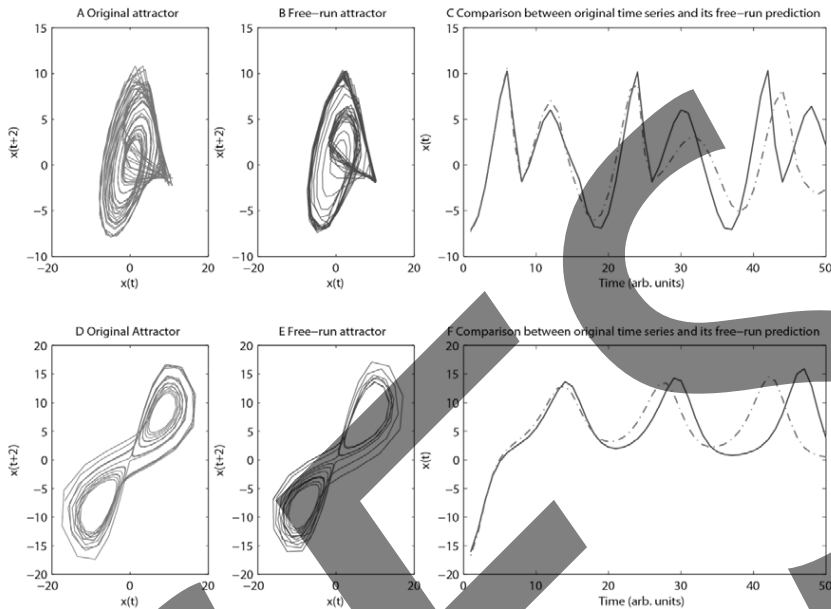
性質1:
ダイナミクスの近似。

$$\hat{f}(\vec{v}) = f(\vec{v}) + f'(\vec{v}) \left(\sum_i \vec{v}_i \lambda_i - \vec{v} \right) + O(\delta^2)$$

性質2:
予測が有界になる。

例 (低次元カオス)

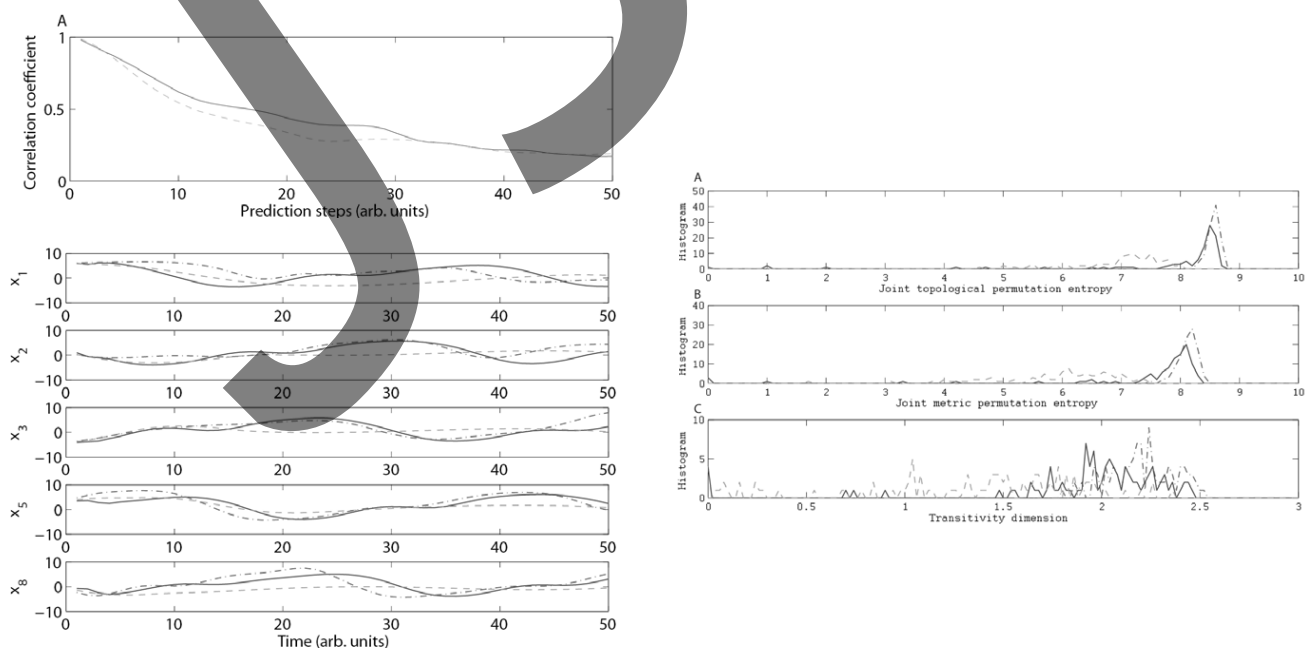
- Lorenz'63, Rosslerそれぞれ300点を使用。



Hirata et al., Chaos (2015)

例 (高次元の力学系)

- Lorenz'96 I、10次元、2000点を使用。

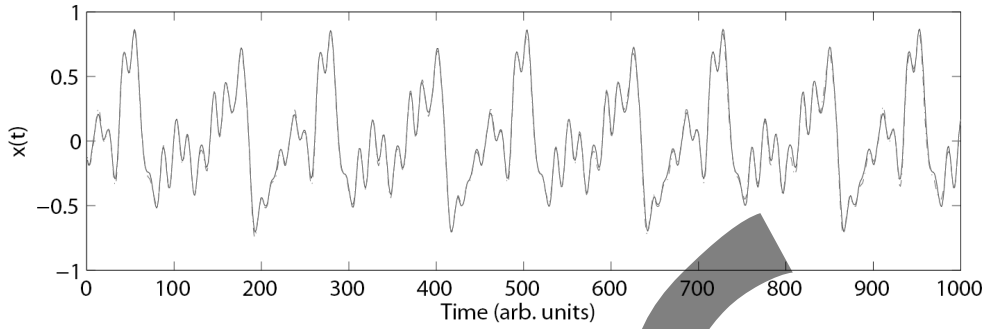


——— 提案手法
 - - - 動径基底関数
 - · - 真値

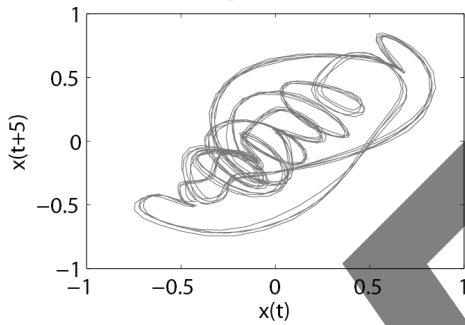
Hirata et al., Chaos (2015)

例 (バイオリン)

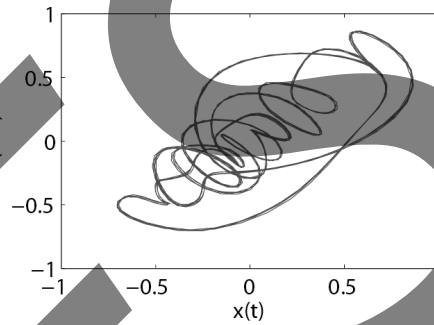
A Comparison between original time series and its free-run prediction



B Original attractor

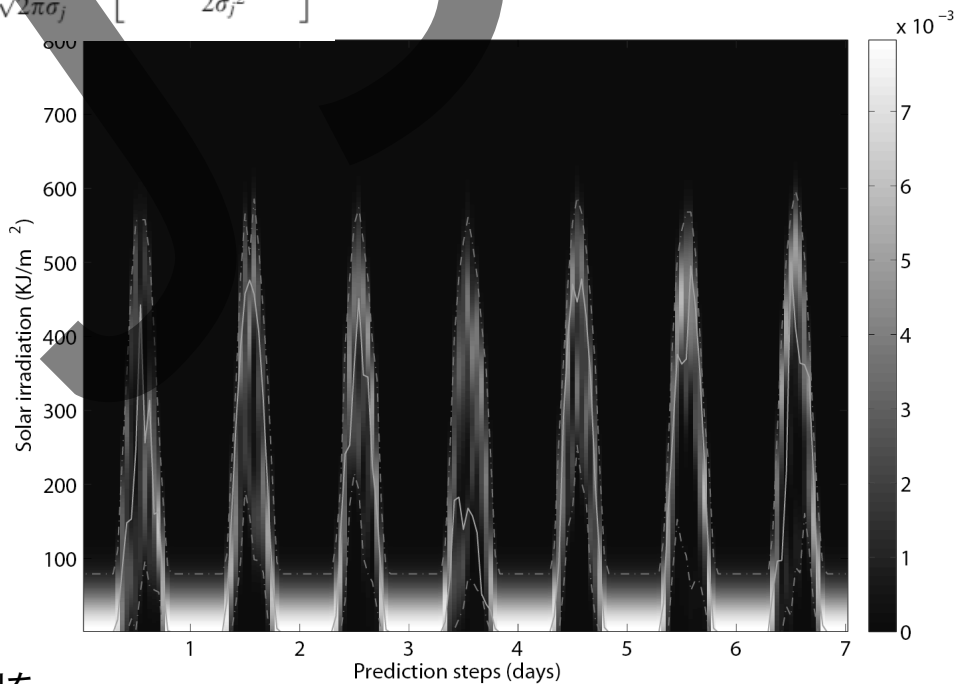


C Free-run attractor



例 (日射量)

$$\rho(i, p, j, u_{pj}) = \sum_{i \in I_i} \frac{\lambda_i}{\sqrt{2\pi}\sigma_j} \exp\left[-\frac{(u_{pj} - v_{i+pj})^2}{2\sigma_j^2}\right]$$



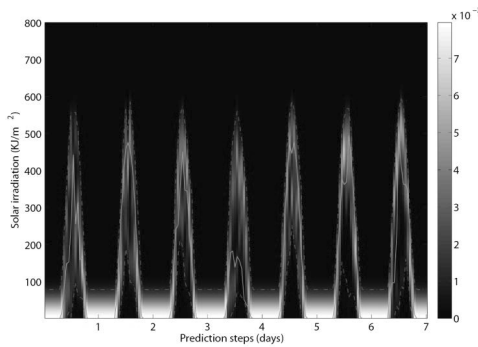
48次元の予測を
7日間分先まで予測するのに
かかった時間7.7分

—— 真値
- - - - 95%信頼区間

Hirata et al., Chaos (2015)

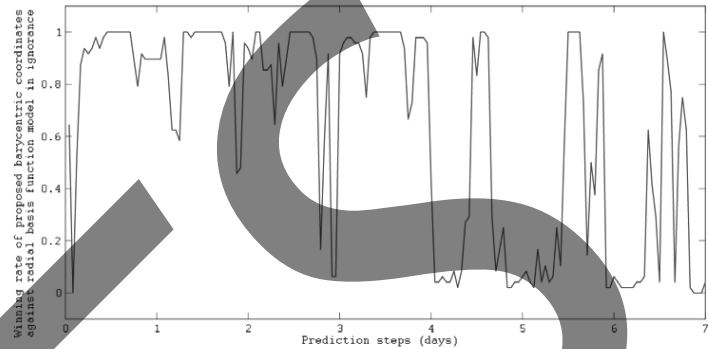
例 (日射量)

重心座標

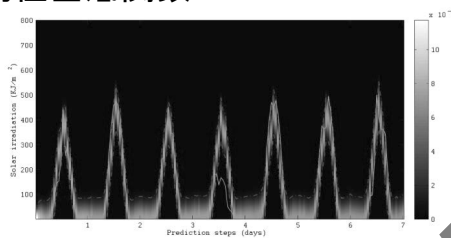


Ignorance(Du and Smith (2014))

$$-\log(\rho(i, p, j, \tilde{u}_{p,j}))$$



動径基底関数



—— 真値
- - - 95%信頼区間

Hirata et al., Chaos (2015)

重心座標のまとめ

- 高次元時系列データをモデリングするために、線形計画を用いて重心座標を構築。
- 近傍点が現在の点を良く表現する時には、1次近似になる。そうでない時には、その誤差が近似にのる。
- 短い時系列データを使って、中期予測。
- 構築した数理モデルを走らせると、解軌道の分布を定性的に再現。
- 線形計画を用いた重心座標は、高次元時系列データの数理モデリングに有用。

まとめ

- 日射量の短時間予測の手法が整いつつある。
 - Kwasniok and Smithの手法を拡張したonline予測
 - 重心座標を用いた予測
- 気象モデルを用いなくても、過去の時系列データがあれば、かなりの予測が短時間に構成できる。
- 今後は、気象モデルを使った予測との統合をしていく必要性有り。